**(2 слайд)** *Исследуемая динамическая система*

Рассмотрим цепочку сингулярно возмущенных осцилляторов с запаздыванием, моделирующую слабое электрическое взаимодействие нейронов:

(1)

Для неё также определены следующие начальные условия:

(условия из (1))

(краевые условия – периодические, – гладкие функции)

**(3 слайд)** *Исследуемая динамическая система*

С помощью таких замен:

(замены)

где является решением уравнения, показанного на слайде

(уравнение)

было выполнено сведение предыдущей системы к системе обыкновенных дифференциальных уравнений следующего вида

**(4 слайд)** *Линейная импульсная система*

(2)

Функции характеризуют фазовые сдвиги между компонентами системы (1). Фактически, было доказано, что предыдущая система является системой уравнений с импульсными воздействиями.

Данная динамическая система является теоретической основой для описания ассоциативной памяти компьютера – подобия человеческой памяти.

**(5 слайд)** *Модельное отображение*

Введем в рассмотрение отображение следующего вида

(3)

которое начальным условиям системы (2) ставит в соответствие решение в значении времени . Величина определяет первое приближение устойчивого цикла одиночного осциллятора системы (1).

Согласно теореме

(прочитать теорему 1)

Другими словами, чтобы говорить о циклах системы (1), достаточно изучить неподвижные точки отображения Ф.

**(6 слайд)** *Метод исследования: программная часть*

Исследование отображения (3) осуществлялось с помощью специального программного комплекса, написанного на языке C++.

В ходе разработки программного продукта было выявлено, что все трудоемкие расчеты можно выполнить параллельно, на большом количестве независимых потоков. В связи с этим использовались технология OpenMP. Для визуализации посчитанных данных было разработано специальное приложение, использующее библиотеку Qt. Также для решения некоторых задач использовались скрипты, написанные на языке Python.

**(7 слайд)** *Метод исследования: алгоритмическая часть*

Вычисление координат конечной точки отображения Ф осуществляется следующим образом:

(схема)

Расчеты стартуют из начальной точки с координатами в значении времени -0. Далее, итерационно подсчитываются координаты следующей точки отображения. Этот процесс идет до тех пор, пока не будет получена конечная точка в значении времени .

Однако в так называемых точках переключения, в значении времени релаксационной системе придаются импульсы. Координаты точки в таком случае подсчитываются по следующим формулам:

(импульсы)

Затем происходила проверка начальной и конечной точки отображения на эквивалентность. И если они оказывались достаточно близкими друг к другу, то считалось, что была найдена устойчивая точка. В противном случае недавно посчитанная конечная точка модельного отображения вновь считалась начальной и для нее снова проводилась та же самая последовательность операций, описанная мною ранее.

**(8 слайд)** *Алгоритмическая часть: метод Рунге-Кутты*

В разработанном приложении реализуются 2 способа последовательного подсчета координат точек отображения Ф.

В первом случае расчеты идут с помощью метода Рунге-Кутты. Итерационно, с шагом подсчитываются координаты следующей точки отображения.

(метод Рунге-Кутты для отображения)

При этом значения координат и рассчитываются по такой формуле:

(формулы)

Это одно из условий системы (2).

**(9 слайд)** *Алгоритмическая часть: аналитический способ (1)*

Для получения формулы решения задачи (2) в случае ( 3 сингулярно возмущенных осцилляторов, на промежутках между импульсами удобно рассмотреть следующую систему линейных дифференциальных уравнений:

(система u)

Ее общее решение имеет следующий вид:

(общее решение u)

**(10 слайд)** *Алгоритмическая часть: аналитический способ (2)*

Функции и связаны с исходными переменными приближенными равенствами

(приближения)

Из них получаются формулы для расчета координат и .

(формулы)

Нетрудно найти и коэффициенты :

()

В качестве величин выбираются координаты точек, полученных после очередного импульса в моменты времени .

**(11 слайд)** *Способы генерации начальных точек*

В разработанном приложении реализуются 3 способа генерации начальных точек, для которых необходимо проделать вычисления:

* GENERATE\_GRID – это генерация начального множества в виде сетки, узлы которой как раз и являются нужными точками, для которых необходимо провести расчеты.
* GENERATE\_RANDOM – это способ генерации, при котором начальное множество формируется с помощью набора точек, выбранных cлучайным образом из некоторой области.
* FROM\_FILE – это способ генерации, при котором начальные точки, для будущих расчетов, берутся явно, из текстового файла.

**(12 слайд)**

В статьях Глызина, Колесова, Розова были приведены утверждения, показывающие, что

**(13 слайд)**

Для отображения Ф гарантируется наличие как минимум устойчивой неподвижной точки с известной асимптотикой. Одной из таких точек являлось нулевое состояние равновесия. Однако не исключался также и тот факт, что модельное отображение при определенных значениях параметров могло иметь и дополнительные устойчивые неподвижные точки с асимптотикой, не описанной аналитически.

**(14 слайд)** *Результаты исследования: двумерный случай*

В случае ( 3 сингулярно возмущенных осцилляторов, соответствующее отображение Ф имеет такой вид:

(отображение)

Исходя из аналитических результатов, можно говорить о существовании как минимум 4 состояний равновесия с известными асимптотиками. Однако в результате численного исследования были также обнаружены случаи с бльшим числом устойчивых неподвижных точек.

Для двумерного случая отображения Ф также рассматривались вопросы основных перестроек, происходящих в фазовом пространстве. Многие результаты уже опубликованы в статье, название которой приведено на данном слайде

(статья)

А теперь перейдем к более детальному разбору полученных результатов.

**(15 слайд)** *Области с одинаковыми сценариями фазовых перестроек*

На данном слайде можно увидеть 3 схематичные области () с одинаковыми сценариями фазовых перестроек.

(области)

Наиболее важным элементом построения данных областей, является прямая , задающаяся уравнением .Симметричным образом относительно ее проведены кривые и , касающиеся в точке Эти кривые являются границами области .

Прямая же задается уравнением . Это уравнение соответствует одному из начальных условий системы (1).

**(16 слайд)** *Основные бифуркации в области A1*

**(17 слайд)** *Основные бифуркации в области A2*

**(18 слайд)**

Бифуркации, происходящие в областях и , во многом схожи друг с другом. Рассмотрим фазовые портреты, изображенные на данном слайде при данных значениях начальных параметров.

(портреты)

Для фазового портрета, изображенного слева, точки являются седлами, точки являются узлами, а для другого фазового портрета все с точностью до наоборот. В этом и заключается их основное различие. В связи с этим возник вопрос, как один фазовый портрет преобразуется в другой.

**(19 слайд)** *Область A3*

Было проведено исследование, согласно которому фиксировались значения параметров и , но при этом изменялось значение параметра . В результате этого была обнаружена область , для которой при заданных значениях параметров и , получался следующий фазовый портрет.

(портрет)

Каждая точка данного неустойчивого многообразия является неподвижной и неустойчивой.

**(20 слайд)** *Области с одинаковыми сценариями фазовых перестроек*

Сценарий фазовых перестроек, происходящих в области , ничем не отличается от соответствующих сценариев в областях и . В области, расположенной между прямыми и , наблюдаются схожий набор бифуркаций, как и для области , а для области, расположенной между прямыми и , имеют место схожие бифуркации, как и в области .